

**1** 質量 $M$ のペンシル・ロケット（以下ロケット）を考える。このロケットは、時間間隔 $t_0$ ごとに質量 $m$ の物体を瞬間的に水平後方に放出することで速さが増加する。図1にロケットの飛行軌跡の概略を示す。放出直後の質量 $m$ の物体とロケットとの相対的速さを $w$ 、重力加速度を $g$ とする。また、飛行中ロケットの向きは常に水平に保たれ、空気の抵抗、発射時のロケットとロケットの支持台との間の摩擦は無視する。以下の問題に答えよ。

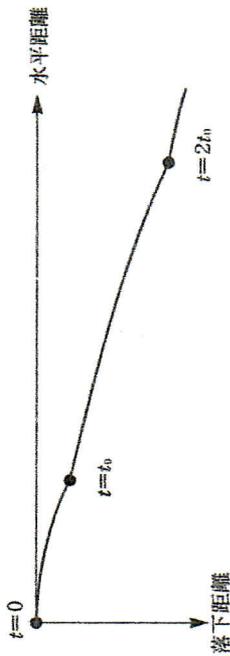


図1

問1 支持台の上に静止していたロケットが、第1回目の物体の放出を行って水平右向きに速度 $V_1$ を得て飛び出した。放出された物体の水平右向きに速度は $V_1 - w$ であることを考慮して、 $V_1$ を $M$ 、 $m$ 、 $w$ を用いて表せ。

第 $n$ 回目の物体の放出前後を考える（図2）。物体の放出前のロケットの質量を $M_{n-1}$ 、放出後の質量を $M_n$ とする。また、地上から見たロケットの水平右向きに放出前の速度を $W_{n-1}$ 、放出後の速度を $W_n$ とする。第 $n$ 回目の物体の放出でロケットの得た水平右向きに速度の増加分を $V_n$ とすると、 $W_n = W_{n-1} + V_n$ の関係が成り立つ。

問2  $M_n$ を $M$ 、 $m$ 、 $n$ を用いて表せ。

問3  $V_n$ を $M$ 、 $m$ 、 $w$ 、 $n$ を用いて表せ。



図2

ロケットは、時刻 $t=0$ に、地表から距離 $L$ の高さから、第1回目の物体の放出を行って水平右向きに飛び出した。その後ロケットは時刻 $t_n$ に地上に落下した。

問4 時刻 $t_n$ を求めよ。

以下では $L=4.9$  [m]、 $M=30$  [g]、 $m=5$  [g]、 $w=30$  [m/s]、 $t_0=0.6$  [s]とする。また、重力加速度は $g=9.8$  [m/s<sup>2</sup>]とする。

問5 ロケットが地上に落下するまでの物体の放出回数 $n_f$ を求めよ。

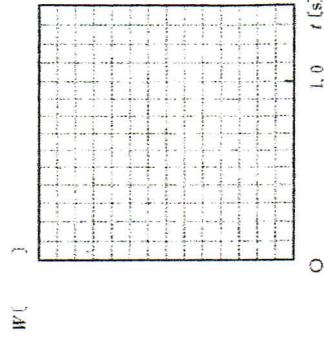
問6  $W_1$ から $W_{n_f}$ までの $n_f$ 個の $W_n$ の値をすべて求めよ。数値には単位をつけて示すこと。

問7 ロケットの水平右向きに速度 $W$ を時間 $t$  ( $0 \leq t \leq t_f$ )の関数として図示せよ。その際、解答欄のグラフのたて軸 $W$ の単位を [ ] 内に記入し、目盛りには数値を明示すること。

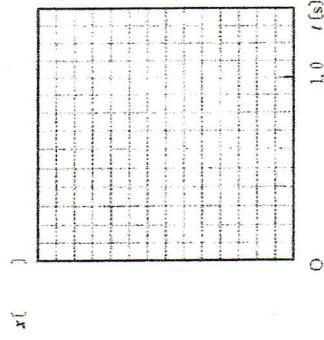
問8 地上に落下するまでにロケットが飛行した水平方向の距離 $x$ を時間 $t$  ( $0 \leq t \leq t_f$ )の関数として図示せよ。その際、解答欄のグラフのたて軸 $x$ の単位を [ ] 内に記入し、目盛りには数値を明示すること。

〔解答欄〕

問7.



問8.



## 2

図1のように、真空中に置かれた液体に、質量  $m$  [kg], 底面積  $S$  [m<sup>2</sup>] の壁の厚さが無視できる円筒形の容器を逆さまにして、中に液体を入れた状態のまま浮かべた。この時、容器外の液面から容器の底面までの高さを  $h_1$  [m], 容器の内と外の液面の高さの差を  $d$  [m], 液体の密度を  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>], 気体の圧力を  $p_1$  [Pa] ( $=N/m^2$ ) とする。重力加速度を  $g$  [m/s<sup>2</sup>], 気体定数を  $R$  [J/(K·mol)], 液体の密度を  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] とする。気体を理想気体とみなし、その重さを無視する。液体の密度、容器の底面積は温度が変化しても変わらず、液体は蒸発しない。以下の問題に答えよ。選択式の問題は解答欄の正しいものを○で囲め。

問1 図1の状態、容器内の液面が受ける圧力  $p_1$  は深さ  $d$  の位置での液体の圧力 (容器の外液面から深さ  $d$  までの液体に働く単位面積あたりの重力) とつり合っている。気体の圧力  $p_1$  を  $d$  を用いて表せ。

次に、気体の温度を  $T_1$  [K] から  $T_2$  [K] に上昇させたところ、図2のように、容器内の気体は膨張し容器はますますぐ上に押し上げられたが、容器の内と外の液面の高さの差は変化なく  $d$  のままであった。この状態での気体の圧力を  $p_2$  [Pa], 容器外の液面から容器の底面までの高さを  $h_2$  [m] とする。

問2 容器の内と外の液面の高さの差が変わらなかつたのは、この差が容器に働く重力と浮力 (気体がおしあげた液体の重さ) のつり合いで決まっており、温度に依存しないためである。容器に働く重力と浮力のつり合いの式を書け。

問3 気体の温度が  $T_1$  から  $T_2$  に上昇した過程は何と考えられるか。正しいものを次の中から選べ。

(定圧過程, 等温過程, 定積過程, 断熱過程)

問4 この過程で、容器は上にあがり、位置エネルギーを得た。容器が得た位置エネルギー  $U$  [J] を  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $m$  を用いて表せ。

問5 この過程で、気体は膨張することによって仕事を行った。気体が行った仕事  $W$  [J] を  $h_1$ ,  $h_2$  と気体の圧力を用いて表せ。

問6 この過程で、気体が行った仕事  $W$  と、容器が得た位置エネルギー  $U$  の関係を次の中から選べ。

( $U < W$ ,  $U = W$ ,  $U > W$ )

問7 気体の定圧モル比熱を  $C_p$  [J/(K·mol)], 定積モル比熱を  $C_v$  [J/(K·mol)] とし、気体のモル数を  $n$  [mol] とする。この過程で、気体に加えられた熱量  $Q$  [J] を  $T_1$ ,  $T_2$  を用いて表せ。

問8 この過程の前後における気体の状態方程式を使い、問5で求めた  $W$  を  $n$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  を用いて (圧力  $p_1$ ,  $p_2$  を使わずに) 表せ。

問9 この過程で、気体に加えられた熱量  $Q$  と、気体が行った仕事  $W$  の関係を次の中から選べ。

( $Q < W$ ,  $Q > W$ )

問10  $Q$  と  $W$  の差はどうなったか、簡潔に記せ。

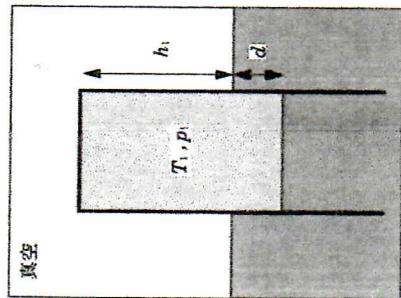


図1

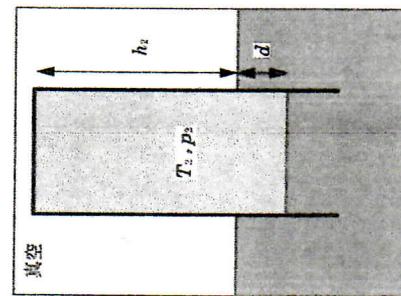


図2

### 3

図1の装置は、質量 $m$ 、電荷 $-e$ の電子に電圧 $V$ をかけて $x$ 軸正方向に加速する装置1、 $z$ 軸正方向に一樣な電界 $E$ と $y$ 軸負方向(紙面に垂直にこちら向き)に磁束密度 $B$ の一樣な磁界をかけて電子の速度を選別する装置2、電子を結晶に照射し、反射する電子を検出する装置3からなっている。装置2と装置3の間には、小さな穴のあるしゃへい板が設置され、装置1で加速された電子が、装置2で方向を変えずに通過したときのみ、装置3に入射できるようなっている。装置全体は真空の中に設置されており、重力の影響は無視できるものとし、以下の問題に答えよ。ただし、問3では□内の正しい語句を○で囲み、問5では□内に適切な数式を書き入れよ。

I 最初、装置1の電圧 $V$ は $V_0$ に、装置2の電界の強さは $E_0$ に、磁束密度 $B$ は $B_0$ に設定されている。

問1 装置1で加速された電子の速さ $v$ を装置1の電圧 $V_0$ を用いて表せ。

問2 この電子が装置2に入射したところ、電子は方向を変えず装置を通り抜けた。電子の速さ $v$ を $E_0$ と $B_0$ を用いて表せ。

II しゃへい板を通り抜けた速さ $v$ の電子を結晶に照射し、反射された電子を検出したところ、X線の場合のように電子が強く検出される(強め合い)と弱く検出される(弱め合い)が現れた。これは電子が波の性質を持っているからである。電子を波と考えたとき、電子の波長は $\lambda = \frac{h}{mv}$ と表される。ここで、 $h$ はプランク定数である。図2に示すように、結晶中では原子が規則正しく配列しており、原子配列面の間の距離を $d$ とすると、反射された電子の波が強め合うのは、 $2d \sin \theta = n\lambda$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )の場合である。 $\theta$ は電子の入射方向と結晶面の間の角度であり、図1に示した装置3における角度に等しい。なお、装置3は、すべての方向へ反射された電子を検出できる。

問3 装置1の電圧を $V_0$ より低くしたところ、電子は $z$ 軸□正、負□の方向に曲がり、しゃへい板を通り抜けなくなった。そこで、装置2の電界の強さを最初の値 $E_0$ に固定したまま、磁束密度を最初の値 $B_0$ より□増加、減少□させたところ、電子は再びしゃへい板を通過するようになった。このとき、装置3の結晶を回転させ、結晶への電子の入射角 $\theta$ を変えて、実験を行ったところ、 $n=1$ に対応する電子の波が強め合う入射角 $\theta$ は□増加、減少□した。

III 以下では、装置1の電圧を変え、同時に装置2の磁束密度の大きさを調整し、電子が常に装置2を方向を変えないで通過するようにした。この状態で装置3の結晶を回転させ、角度 $\theta$ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で自由に変え、強め合いを観測する実験を行った。

問4 電圧 $V$ を大幅に下げ、電子の速さを非常に遅くしたところ、どの角度でも強め合いは観測されなくなった。この理由を簡単に述べよ。

問5 電圧 $V$ を初期設定の値 $V_0$ から下げていったところ、電圧が $\frac{V_0}{4}$ のときには $n=1$ の強め合いが観測されたが、 $\frac{V_0}{5}$ のときには強め合いは観測されなかった。したがって、この結晶の原子配列面の間の距離 $d$ は、 $V_0, m, e, h$ を用いて□ $< d <$ □の範囲にあることがわかる。

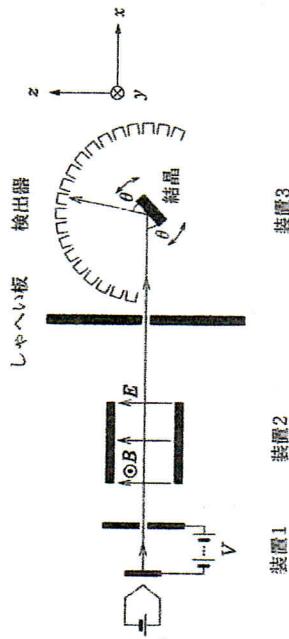


図1

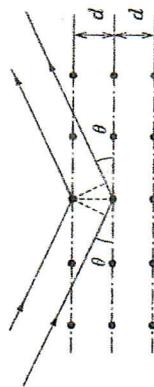


図2